



PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK PRODUKSI ETANOL DARI SARI BUAH NANAS

Yeyen Suratning^{1*}, Tabah Heri Setiawan², Aden³, Nina Valentika⁴
Universitas Pamulang^{1,2,3,4}

yeyensurat@gmail.com, tabah.ibnubara@gmail.com, dosen00527@unpam.ac.id, dosen02339@unpam.ac.id

Abstrak – Kelangkaan bahan bakar minyak di Indonesia menuntut solusi alternatif terbarukan yang ramah lingkungan. Produksi nanas madu di Indonesia yang melimpah hanya terbatas dimanfaatkan untuk olahan makanan dan dikonsumsi secara langsung. Buah nanas madu didapati memiliki banyak kandungan glukosa yang dapat dirubah menjadi bioethanol melalui proses fermentasi. Dalam hal ini diperlukan model matematika yang tepat untuk mendapatkan kadar etanol yang sesuai (dalam %). Proses produksi etanol dengan cara fermentasi oleh bantuan sel ragi (*saccharomyces cerevisiae*) untuk sari buah nanas merupakan proses kimia dimana glukosa yang terdapat pada larutan sampel sari buah nanas madu akan menurun akibat konsumsi dari sel ragi dan berkembangnya enzim yang kemudian meningkatkan kadar etanol dalam proses fermentasi. Kenaikan nilai substrat didapat dengan membuat perbandingan antara penurunan kadar glukosa dan peningkatan kadar etanol dalam larutan menggunakan model *Michaelis – Menten* dan *Lineweaver – Burk*. Dalam penentuan titik interpolasi dan ekstrapolasi diterapkan model interpolasi ordo 10 x 10 *Gauss Jordan* dengan model $f(x) = -5.655 + 25.091x + 46.365x^2 + 46.798x^3 - 28.166x^4 + 10.386x^5 - 2.329x^6 + 0.305x^7 - 0.021x^8 + 0.0006x^9$ dengan nilai kesalahan relative sebesar 0.000218 dan kesesuaian model dapat dilihat dengan ketepatan pada grafik.

Kata Kunci – *Etanol, Gauss Jordan, Interpolasi, Lineweaver-Burk, Michaelis Menten.*

I. PENDAHULUAN

Perkembangan transportasi serta industri yang semakin canggih menuntut setiap kelompok maupun individu memaksimalkan kinerjanya. Mulai dari memaksimalkan pemanfaatan transportasi ataupun

memaksimalkan teknologi industri untuk kemajuan, perkembangan, dan pertumbuhan perekonomian bersama dimasa yang akan datang. Tetapi hal ini sangat berdampak pada meningkatnya kebutuhan Bahan Bakar Minyak (BBM) khususnya untuk bahan bakar fosil yang tentunya memiliki dampak negatif terhadap lingkungan. Bahan bakar minyak (fosil), salah satu sumber energi yang tidak terbarukan dan semakin menipis ketersediaannya dialam.

Pasokan energi primer (bahan bakar minyak fosil) pada tahun 2012 berada dalam angka 38,45 ada sedikit peningkatan pasokan pada tahun 2013 menjadi 38,89. Mulai tahun 2014, 2015, dan 2016 pasokan mengalami penurunan secara terus – menerus dengan angka masing – masing berkisar 38,37; 35,25; dan 35,19. Pasokan menurun mulai dari tahun 2014 ke 2015 dan menurun lagi pada tahun 2016 [1]. Dengan meningkatnya kebutuhan akan bahan bakar minyak fosil yang berbanding terbalik dengan jumlah pasokan atau ketersediaannya yang menurun di alam akan terjadi kelangkaan bahan bakar minyak fosil.

Tidak hanya faktor kelangkaan, hasil pembakaran minyak bumi atau bahan bakar fosil juga memberikan dampak yang negatif terhadap lingkungan. Kualitas udara yang semakin menurun dan juga semakin banyaknya gas CO_2 semakin lama akan semakin menumpuk di atmosfer kemudian akan menghalangi pantulan sinar matahari yang seharusnya kembali ke angkasa. Efek di atas hanya beberapa dari sekian banyak

dampak negatif yang ditimbulkan oleh bahan bakar fosil. Oleh karena itu penggunaan bahan bakar yang ramah lingkungan sangat dibutuhkan demi kelangsungan hidup generasi kedepannya, hal ini semakin membuat kita harus menemukan sumber energi alternatif terbarukan.

. Etanol atau *Etil Alcohol* (lebih dikenal dengan alkohol), dengan rumus kimia (C_2H_5OH) adalah cairan tak berwarna dengan karakteristik antara lain mudah menguap, mudah terbakar, larut dalam air, tidak karsinogenik, dan jika terjadi pencemaran tidak memberikan dampak lingkungan yang signifikan [2].

Dari uraian di atas menjadi dorongan dalam memaksimalkan pemanfaatan atau bahkan penemuan sumber daya terbarukan yang ramah lingkungan. Diversifikasi energi menjadi solusi penting sebagai langkah untuk menyelamatkan pasokan energi dalam negeri. Salah satu yang dapat dimanfaatkan dalam hal ini adalah bioethanol atau etanol. Etanol atau etil alkohol sering digunakan sebagai campuran bahan bakar atau bahan tambah untuk bensin dengan kadar kurang lebih 10%.

Indonesia salah satu negara yang unggul dengan ragam tanaman yang dimilikinya terutama jenis buah-buahan, salah satunya adalah buah nanas. Indonesia berada di urutan ketiga setelah Filipina dan Thailand sebagai negara penghasil buah nanas di Asia Tenggara. Selain dikonsumsi secara langsung, nanas juga dijadikan ragam olahan seperti selai dan jus. Disamping itu sari nanas sangat cocok untuk dijadikan bahan utama dalam produksi etanol karena mengandung banyak karbohidrat dan juga gula yang tentunya dapat menjadi bahan alternatif yang tepat. Per 100 g buah nanas mengandung karbohidrat sebesar 12,63 g dan mengandung gula sebesar 9,26 g serta serat makanan yang terkandung didalam nanas segar adalah sebesar 1,4 g, yang dimanfaatkan untuk produksi etanol adalah kandungan karbohidrat dan juga gula. Dengan melimpahnya buah-buahan di Indonesia terutama buah nanas yang sarinya dapat

dimanfaatkan dalam fermentasi atau produksi etanol [3].

Nanas dapat diubah menjadi etanol melalui proses fermentasi dengan bantuan sel ragi *saccharomyces cerevisiae* serta kondisi oksigen yang terbatas untuk mengubah glukosa yang merupakan sumber nutrisi yang ada pada nanas menjadi etanol. Dalam proses fermentasi ini akan timbul perubahan pada konsentrasi substrat nanas dan juga jumlah mikroba yang menjadi faktor penghambat untuk laju pertumbuhan bakteri, hal ini akan sangat berpengaruh terhadap konsentrasi produk etanol yang terbentuk.

Beberapa kendala muncul saat melakukan fermentasi etanol tanpa melakukan pemodelan terlebih dahulu. Pun jika sudah membuat model perlu dipastikan bahwa model yang dibuat dapat dilinerkan dengan tingkat akurasi yang tinggi. Pemodelan matematika untuk fermentasi etanol dari sari buah nanas dengan bantuan sel ragi *saccharomyces cerevisiae* yang merupakan mikroorganisme dengan kemampuan fermentasi yang sangat tinggi sangat dibutuhkan adanya. Pemodelan matematika untuk proses produksi etanol dari sari buah nanas madu akan dapat digunakan untuk menentukan takaran berdasarkan hasil kadar etanol yang diinginkan [4].

Dari alasan di atas diperlukan keefektifan dalam fermentasi atau produksi etanol agar dalam pembuatannya dapat dilakukan dengan tepat dan menghasilkan produk dengan kualitas yang baik. Sangat diperlukan sebuah model yang dapat menggambarkan proses optimasi dalam produksi etanol. Untuk dapat mempermudah proses fermentasi etanol dari sari buah nanas maka penulis akan melakukan kajian mendalam mengenai masalah di atas dengan judul "**Pemodelan Matematika untuk Produksi Etanol dari Sari Buah Nanas**".

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model dibentuk dari hasil penelitian di laboratorium Universitas Pamulang untuk mendapatkan nilai substrat awal dalam

proses fermentasi. Persamaan Michaelis – Menten adalah model kinematika enzim yang paling baik, diambil dari nama biokimiawan Jerman Leonor Michaelis dan fisikawan Kanada Maud Menten. Kinematika Michaelis – menten adalah persamaan yang menggambarkan laju reaksi enzimatik dengan menghubungkan laju reaksi v (laju pembentuk produk $[P]$) terhadap $[S]$ konsentrasi substrat.

$$v_0 = \frac{d[P]}{dt} = \frac{v \max[S]}{km + [S]}$$

Dengan $v \max[S]$ laju maksimum yang diterima system, km merupakan konstanta Michaelis – Menten, v_0 kecepatan laju reaksi awal, $[S]$ merupakan konsentrasi substrat (glukosa).

BUKTI

$$RATE_F = RATE_D$$

$$k_1 [E][S] = k_{-1} [ES] + k_2 [ES]$$

$$k_1 ([E_T][ES])[S] = k_{-1} [ES] + k_2 [ES]$$

$$k_1 ([E_T][S] - [ES][S]) = [ES](k_{-1} + k_2) \times \frac{1}{k_1}$$

$$[E_T][S] - [ES][S] = [ES] \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}$$

$$[E_T][S] - [ES][S] = [ES] km$$

$$[E_T][S] = [ES] km + [ES][S]$$

$$[E_T][S] = [ES] (km + [S])$$

$$[ES] = \frac{[E_T][S]}{km + [S]}$$

$$\frac{v_0}{k_2} = \frac{[E_T][S]}{km + [S]}$$

$$v_0 = k_2 \frac{[E_T][S]}{km + [S]}$$

$$v_0 = \frac{v \max[S]}{km + [S]}$$

Setiap satu sel ragi memerlukan k gram glukosa untuk dapat berkembangbiak dalam waktu t . Setelah dapat berkembangbiak satu sel ragi membutuhkan l gram gula untuk dapat terus hidup dalam larutan sampel,

maka akan terjadi penurunan kadar glukosa akibat dari tingkat konsumsi sel ragi sebagai berikut :

$$\frac{dS(t)}{dt} = -k \frac{dE(t)}{dt} - lE(t) \dots\dots\dots (1)$$

Dengan keterangan sebagai berikut :

$\frac{dS(t)}{dt}$ merupakan laju penurunan kadar

glukosa, $\frac{dE(t)}{dt}$ = laju perkembangan enzim,

k banyaknya glukosa agar sel ragi berkembangbiak, l adalah banyaknya glukosa untuk 1 sel ragi hidup, $E(t)$ merupakan jumlah sel ragi pada waktu t .

Untuk melihat laju pertumbuhan enzim didapat dengan mempertimbangkan peluang hidup sel ragi dalam larutan. Sel ragi dapat hidup di gula glukosa, sedangkan dalam larutan sampel terdapat gula lain selain glukosa maka :

$$\frac{S(t)}{S(t) + R} \dots\dots\dots (2)$$

dimana : $S(t)$ kadar glukosa dalam larutan sampel, R adalah kadar gula lain dalam larutan sampel,

Dari persamaan 1 dan 2 diperoleh

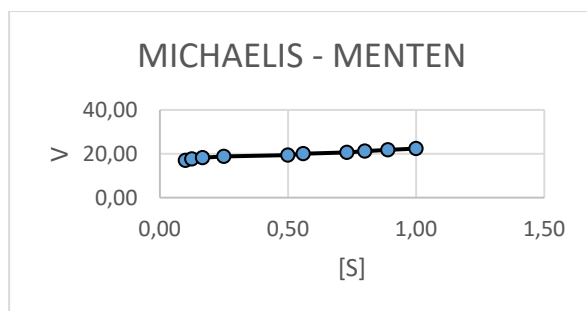
$$[s] = -\frac{2A}{G} (S(t) - S(0)) \left(\frac{S(t)}{S(t) + R} \right) \dots\dots (3)$$

Pemodelan matematika diawali dengan membentuk, mengenali, dan menamai variabel yang ada, kemudian sesuaikan dengan masalah yang ada, kemudian buat model lalu analisis ketepatan dan keakuratannya untuk mendapatkan solusi dari permasalahan. Pemodelan matematika dapat dilakukan dengan berbagai cara, disini penulis menggunakan metode interpolasi dengan membuat system persamaan linier dan diselesaikan dengan metode eliminasi gauss jordan dan matriks balikan. Setelah model didapat, maka akan dapat ditentukan nilai errornya dengan metode RMSE dengan bantuan Microsoft Excel.

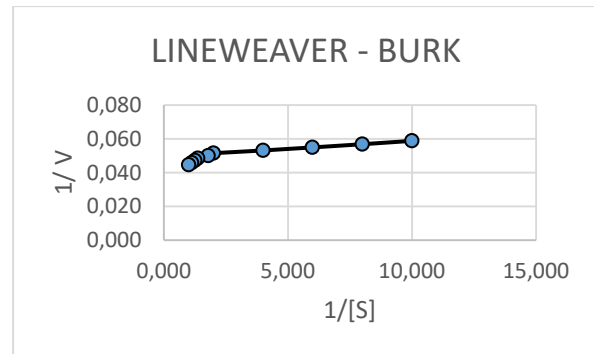
Tabel 1: Nilai Awal Perbandingan Substrat dan Kadar Etanol

t	[S]	V
1	0.1	17
2	0.13	17.6
3	0.17	18.2
4	0.25	18.8
5	0.5	19.4
6	0.56	20
7	0.73	20.6
8	0.8	21.2
9	0.89	21.8
10	1	22.4

[s] adalah nilai pertumbuhan enzim yang didapat dengan cara membuat perbandingan terhadap nilai penurunan glukosa secara berkala, nilai V didapat dari pengukuran kadar alkohol/etanol setiap 7 jam sekali.

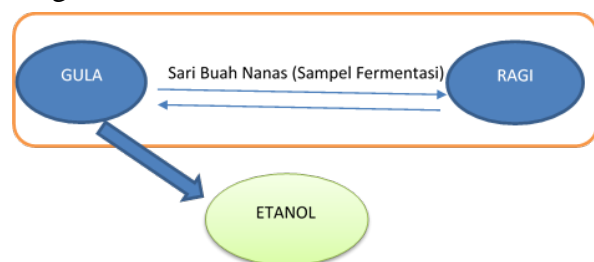
**Gambar 1:** Michaelis Menten**Tabel 2:** Transformasi model MM pada model LB

t	1/[S]	1/V
1	10	0.059
2	8	0.057
3	5.988	0.055
4	4	0.053
5	2	0.052
6	1.786	0.05
7	1.37	0.049
8	0.25	0.047
9	1.124	0.046
10	1	0.045

**Gambar 2:** Lineweaver-Burk

Dari data [s] dapat dibuat sistem persamaan lanjutannya, dan membentuk matriks dengan ordo 10×10 . Nilai setiap data ke-i dipangkatkan dengan nilai pangkat mulai dari 0 hingga pangkat ke 9 (atau dengan kata lain telah memiliki 10 data) menaikkan pangkat untuk setiap sukunya. Sistem persamaan linier diatas dapat diselesaikan dengan menggunakan interpolasi metode gauss jordan serta balikan invers, penulis melakukan kedua langkah tersebut dengan bantuan Microsoft excel dan didapati hasil dari keduanya memiliki kesamaan.

Pemodelan matematika untuk produksi etanol mengikuti kaidah dari persamaan michaelis – menten yang telah dilinearkan oleh lineweaver – burk. Secara sederhana proses fermentasi dapat dijelaskan dengan diagram berikut:

**Gambar 2:** Mekanisme Model

Dari penelitian didapatkan asumsi – asumsi sebagai berikut :

Kadar gula dalam larutan sari nanas akan menurun seiring perkembangannya sel ragi, hal ini dipengaruhi oleh semakin meningkatnya konsumsi gula (glukosa) oleh sel ragi untuk bertumbuh dan berkembangbiak. Didalam larutan sari buah nanas telah dilakukan penambahan gula pasir 10% dari larutan sampel, maka didalam larutan terdapat gula lain selain glukosa dengan kadar yang

konstan yaitu $R \frac{\text{gram}}{L}$. Pertumbuhan sel ragi bergantung pada kadar glukosa dalam nanas yang akan berpengaruh pada konsentrasi produk etanol. Terdapat A sebagai massa atom Alkohol atau Etanol, dan juga G sebagai massa atom Glukosa.

Pemodelan matematika dapat digunakan untuk mengoptimalkan berbagai parameter tanpa menggunakan pengaturan eksperimental apapun. Untuk menghemat waktu dengan menggunakan model matematika, kita dapat memprediksi perhitungan. Selanjutnya menghemat uang untuk membeli mesin besar sehingga tidak diperlukan percobaan laboratorium setelah mengembangkan model matematika untuk mengoptimalkan parameter kinetik. (Jatoi, 2016).

Dilakukan pemodelan dengan interpolasi Interpolasi linier adalah interpolasi dua buah titik dengan sebuah garis lurus. Misalnya diberikan dua buah titik (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) . Polinom yang menginterpolasi kedua titik itu adalah persamaan garis lurus berbentuk:

$$p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

Dengan ordo 10 x 10 dari data penurunan data Michaelis Menten, koefisien a^0 sampai dengan a^9 dengan proses substitusi dan eliminasi titik pada data Michaelis Menten dengan persamaan linier kuadrat (polinom) sebagai berikut [5] :

$$a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 = y_1$$

$$a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 = y_2$$

Substitusikan nilai (x_i, y_i) ke persamaan (2.3.b), $i=0,1,2$. Maka akan diperoleh buah parameter - parameter yang tidak diketahui, sebagai berikut :

$$a_1 = \frac{(y_1 - y_0)}{x_1 - x_0}$$

dan

$$a_0 = \frac{x_1y_0 - x_0y_1}{x_1 - x_0}$$

substitusi :

$$p_1(x) = \frac{x_1y_0 - x_0y_1}{x_1 - x_0} + \frac{(y_1 - y_0)x}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = \frac{x_1y_0 - x_0y_1 + xy_1 - xy_0}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = \frac{x_1y_0 - x_0y_1 + xy_1 - xy_0 + x_0y_0 - x_0y_1}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = \frac{(x_1 - x_0)y_0 + (y_1 - y_0)(x - x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$p_1(x) = y_0 + \frac{(y_1 - y_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Dengan metode interpolasi di atas dengan menggunakan data Michaelis Menten maka diperoleh koefisien parameter dari setiap variable tujuan, sebagai berikut :

$$a^0 + 0.1a^1 + 0.01a^2 + (0.001)a^3 + (0.0001)a^4 + (0.00001)a^5 + 0.000001a^6 + 0.0000001a^7 + 0.00000001a^8 + 0.000000001a^9 = 17$$

$$a^0 + 0.13a^1 + 0.0169a^2 + 0.002197a^3 + 0.00028561a^4 + 3.71293E - 05a^5 + 4.82681E - 06a^6 + 6.27485E - 07a^7 + 8.15731E - 08a^8 + 1.06045E - 08a^9 = 17,6$$

$$a^0 + 0.17a^1 + 0.0289a^2 + 0.004913a^3 + 0.00083521a^4 + 0.000141986a^5 + 2.41376E - 05a^6 + 4.10339E - 06a^7 + 6.97576E - 07a^8 + 1.18588E - 07a^9 = 18,2$$

$$a^0 + 0.25a^1 + 0.0625a^2 + 0.015625a^3 + 0.00390625a^4 + 0.000976563a^5 + 0.000244141a^6 + 6.10352E - 05a^7 + 1.52588E - 05a^8 + 3.8147E - 06a^9 = 18,8$$

$$a^0 + 0.5a^1 + 0.25a^2 + 0.125a^3 + 0.0625a^4 + 0.03125a^5 + 0.015625a^6 + 0.0078125a^7 + 0.00390625a^8 + 0.001953125a^9 = 19,4$$

$$a^0 + 0.56a^1 + 0.3136a^2 + 0.175616a^3 + 0.09834496a^4 + 0.055073178a^5 + 0.030840979a^6 + 0.017270948a^7 + 0.009671731a^8 + 0.005416169a^9 = 20$$

$$a^0 + 0.73a^1 + 0.5329a^2 + 0.389017a^3 + 0.28398241a^4 + 0.207307159a^5 + 0.151334226a^6 + 0.110473985a^7 + 0.080646009a^8 + 0.058871587a^9 = 20,6$$

$$a^0 + 0.8a^1 + 0.64a^2 + 0.512a^3 + 0.4096a^4 + 0.32768a^5 + 0.262144a^6 + 0.2097152a^7 + 0.16777216a^8 + 0.134217728a^9 = 21,2$$

$$a^0 + 0.89a^1 + 0.7921a^2 + 0.704969a^3 + 0.62742241a^4 + 0.558405945a^5 + 0.496981291a^6 + 0.442313349a^7 + 0.393658881a^8 + 0.350356404a^9 = 21,8$$

$$a^0 + a^1 + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8 + a^9 = 22,4$$

$$f(x) = 8.362407383 + 233.8240678x - 2859.344605x^2 + 21007.57212x^3 - 92806.35401x^4 + 249168.6015x^5 - 407512.9073x^6 - 395690.4046x^7 - 209341.1175x^8 - 46433.35871x^9$$

Nilai koefisien diatas didapat dari interpolasi dengan data Michaelis Menten. Sebagai perbandingan ketepatan dimodelkan pula data Lineweaver-Burk dan didapatkan hasil sebagai berikut :

$$a^0 + 10a^1 + 100a^2 + 1000a^3 + 10000a^4 + 100000a^5 + 1000000a^6 + 10000000a^7 + 100000000a^8 + 1000000000a^9 = 0,059$$

$$a^0 + 8a^1 + 64a^2 + 512a^3 + 4096a^4 + 32768a^5 + 262144a^6 + 2097152a^7 + 16777216a^8 + 134217728a^9 = 0,057$$

$$a^0 + 5.988a^1 + 35.856144a^2 + 214.7065903a^3 + 1285.663063a^4 + 7698.550419a^5 + 46098.91991a^6 + 276040.3324a^7 + 1652929.51a^8 + 9897741.908a^9 = 0,055$$

$$a^0 + 4a^1 + 16a^2 + 64a^3 + 256a^4 + 1024a^5 + 4096a^6 + 16384a^7 + 65536a^8 + 262144a^9 = 0,053$$

$$a^0 + 2a^1 + 4a^2 + 8a^3 + 16a^4 + 32a^5 + 64a^6 + 128a^7 + 256a^8 + 512a^9 = 0,052$$

$$a^0 + 1.786a^1 + 3.189796a^2 + 5.696975656a^3 + 10.17479852a^4 + 18.17219016a^5 + 32.45553163a^6 + 57.96557948a^7 + 103.526525a^8 + 184.8983736a^9 = 0,05$$

$$a^0 + 1.37a^1 + 1.8769a^2 + 2.571353a^3 + 3.52275361a^4 + 4.826172446a^5 + 6.611856251a^6 + 9.058243063a^7 + 12.409793a^8 + 17.00141641a^9 = 0,049$$

$$a^0 + 1.25a^1 + 1.5625a^2 + 1.953125a^3 + 2.44140625a^4 + 3.051757813a^5 + 3.814697266a^6 + 4.768371582a^7 + 5.960464478a^8 + 7.450580597a^9 = 0,047$$

$$a^0 + 1.124a^1 + 1.263376a^2 + 1.420034624a^3 + 1.596118917a^4 + 1.794037663a^5 + 2.016498333a^6 + 2.266544127a^7 + 2.547595598a^8 + 2.863497453a^9 = 0,046$$

$$a^0 + a^1 + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8 + a^9 = 0,045$$

Dari data 1/[s] dapat dibuat sistem persamaan lanjutnya, dan membentuk matriks dengan ordo 10x10. Nilai setiap data ke-i dipangkatkan dengan nilai pangkat mulai dari 0 hingga pangkat ke 9 (atau dengan kata lain telah memiliki 10 data) menaikkan pangkat untuk setiap sukunya. System persamaan linjar di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan interpolasi metode gauss jordan serta balikan invers, penulis melakukan kedua langkah tersebut dengan bantuan Microsoft excel dan didapati hasil dari keduanya memiliki kesamaan. Hasil yang didapat dengan langkah yang sama seperti sebelumnya yaitu dengan menggunakan metode gauss jordan dan juga dengan metode matriks balikan adalah sebagai berikut :

$f(x) = -5.655146431 + 25.09174302x - 46.3658914x^2 + 46.79839334x^3 - 28.16625559x^4 + 10.38653163x^5 - 2.329196714x^6 + 0.305549366x^7 - 0.021335045x^8 + 0.00060781x^9$ yang telah terbentuk untuk mengukur kadar etanol pada proses fermentasi etanol dari sari buah nanas.

Setelah dua model didapat RMSE untuk menentukan besar kesalahan relatif pada model yang telah dibuat, semakin mendekati 0 maka semakin baik model yang kita buat.

Kesalahan Relatif merupakan nilai yang didapat dari perbandingan dua buah data sebagai ukuran kesamaannya, semakin mendekati 0 mengartikan semakin mirip pula dua data yang kita bandingkan. *Root Mean Squared Error* (RMSE) adalah parameter tanpa satuan yang digunakan untuk mengukur kesamaan yang terbentuk dari dua data, data awal dengan data akhir ataupun data hasil [6].

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{A}_i - A_i)^2}$$

Sebagai berikut :

Tabel 3: Nilai selisih Michaelis Menten

f(a)	f(x)	f(a) - f(x)
17	16.9998	0.0002
17.6	17.6643	-0.04425
18.2	18.2102	-0.010215
18.8	18.8208	-0.02085
19.4	19.4375	-0.037517
20	20.0368	-0.036898
20.6	20.6030	-0.003059
21.2	21.2026	-0.0026692
21.8	21.8171	-0.017182
22.4	22.3992	0.000786

Hasil ditampilkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} RMSE_1 &= \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (-0.01717 - A_i)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{10} 0.002631964} \\ &= 0.016223327 \end{aligned}$$

Besar kesalahan relatif untuk data michaelis – menten yang dimiliki adalah sebesar 0,0162 artinya model yang kita buat sudah cukup baik dan sesuai dengan fungsi aslinya. Data sebesar 0,0162 dapat diabaikan jika sedang menggunakan model matematika

Tabel 4: Nilai selisih Michaelis Menten

f(a)	f(x)	f(a) - f(x)
0.059	0.059413	-0.000413358
0.057	0.057158	-0.00015804
0.055	0.055549	-0.000548545
0.053	0.053167	-0.000167108
0.052	0.051959	0.00041
0.05	0.049989	1.11709E-05
0.049	0.048983	0.000016954
0.047	0.046902	0.00009789
0.046	0.045895	0.000105316
0.045	0.044896	0.000104294

Masukkan nilai di atas ke dalam rumus RMSE untuk menentukan besar kesalahan relatif pada model yang telah dibuat, semakin mendekati 0 maka semakin baik model yang dibuat.

Hasil ditampilkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} RMSE_1 &= \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (-0.0000910420213000002 - A_i)^2} \\ &= 0.000218043038364325 \end{aligned}$$

Besar kesalahan relatif untuk data lineweaver - burk yang dimiliki adalah sebesar 0,000218 artinya model yang dibuat sudah cukup baik dan sesuai dengan fungsi aslinya. Data sebesar 0,000218 dapat diabaikan jika sedang menggunakan model matematika yang telah terbentuk untuk mengukur kadar etanol pada proses fermentasi etanol dari sari buah nanas. Maka jelas bahwa persamaan lineweaver – burk mempunyai tingkat keakuratan yang lebih tinggi dibanding persamaan michaelis – menten.

Hasil analisis data michaelis – menten dan lineweaver – burk didapatkan dua model matematika untuk proses produksi etanol dari sari buah nanas, interpolasi 1 menunjukkan hasil dari data michaelis – menten dengan hasil model sebagai berikut :

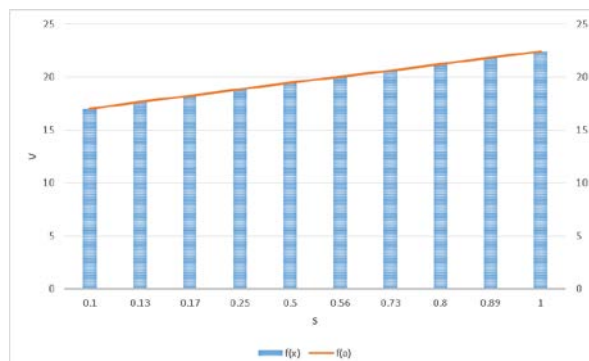
$$f(x) = 8.362407383 + 233.8240678x - 2859.344605x^2 + 21007.57212x^3 \\ - 92806.35401x^4 + 249168.6015x^5 - 407512.9073x^6 - 395690.4046x^7 \\ - 209341.1175x^8 - 46433.35871x^9$$

Dari data kedua yaitu data lineweaver – burk dengan melakukan interpolasi yang kedua didapatkan model :

$$f(x) = -5.655146431 + 25.09174302x - 46.3658914x^2 + 46.79839334x^3 \\ - 28.16625559x^4 + 10.38653163x^5 - 2.329196714x^6 + 0.305549366x^7 \\ - 0.021335045x^8 + 0.00060781x^9$$

Perbandingan keakuratan kedua model diatas dapat dilihat dari besar kesalahan relatif yang ditimbulkan model. Semakin mendekati 0 nilai kesalahan relatifnya maka akan semakin baik bentuk model yang terbentuk. Dari hasil perhitungan galat menggunakan akar kesalahan kuadrat rata – rata (root mean square error). Untuk model yang pertama yaitu michaelis – menten memiliki nilai kesalahan relatif (error) sebesar 0,0162 sedangkan model yang kedua lineweaver – burk memiliki nilai kesalahan relatif (error) yang lebih kecil dibandingkan model yang pertama yaitu sebesar 0,000218. Hal ini mengartikan bahwa model kedua lineweaver – burk dengan nilai RMSE rendah maka model memiliki tingkat akurasi yang tinggi, nilai – nilai yang akan dihasilkan oleh model bisa diabaikan sebesar 0,000218 agar semakin mendekati nilai hasil yang sesungguhnya.

Model kedua dipilih penulis karena lebih mendekati nilai sesungguhnya dan menurut hasil pengujian didapati sudah sesuai dengan hasil uji penelitian. Dapat dibuktikan dengan grafik sebagai berikut :



Gambar 3: Grafik Kesesuaian Model

Misal diinginkan mendapatkan

nilai $\frac{1}{[S]}$ yang lain dapat langsung

disubstitusikan pada model yang telah terbentuk, ilustrasi ditunjukkan di bawah ini :

$$x = 3$$

$$f(x) = -5.655146431 + 25.09174302(3) - 46.3658914(3)^2 + 46.79839334(3)^3 \\ - 28.16625559(3)^4 + 10.38653163(3)^5 - 2.329196714(3)^6 + 0.305549366(3)^7 \\ - 0.021335045(3)^8 + 0.00060781(3)^9 \\ = -5.655146431 + 25.09174302(3) - 46.3658914(9) + 46.79839334(27) \\ - 28.16625559(81) + 10.38653163(243) - 2.329196714(729) + 0.305549366(2187) \\ - 0.021335045(6561) + 0.00060781(19683) \\ = -5.65515 + 75.27523 - 417.293 + 1263.557 - 2281.47 + 2523.927 - 1697.98 \\ + 668.2365 - 139.979 + 11.96352 \\ = 0.580517$$

Dengan kesalahan relatif yang dapat diabaikan sebesar 0,000218.

III. KESIMPULAN DAN SARAN

Model matematika untuk proses produksi etanol dari sari buah nanas menggunakan perumusan melalui proses interpolasi dengan gauss jordan dan matriks balikan maka diketahui dua bentuk model dari masing – masing persamaan michaelis – menten dan lineweaver – burk model sebagai berikut:

$$f(x) = -5.655146431 + 25.09174302x - 46.3658914x^2 + 46.79839334x^3 \\ - 28.16625559x^4 + 10.38653163x^5 - 2.329196714x^6 + 0.305549366x^7 \\ - 0.021335045x^8 + 0.00060781x^9$$

Besar nilai kesalahan relatif yang ditimbulkan oleh model adalah sebesar $0,000218 < 0,01$ (baik), nilai error yang kita miliki mendekati 0 (nol) hal ini berarti model yang terbentuk keakuratan yang baik.

Hasil uji produksi etanol dengan prediksi model yang terbentuk sudah sesuai, nilai prediksi yang dihasilkan dari model sudah sangat mendekati nilai sesungguhnya dengan selisih di bawah 0,001, grafik yang terbentuk

antara $f(x)$ (nilai sebenarnya) dan $f(a)$ (nilai prediksi dari model) sangat bersesuaian.

Model matematika ini masih sangat bisa dikembangkan lagi untuk produksi etanol dari bahan lain. Penulis menyarankan agar dalam proses pemodelan harus mengutamakan ketelitian nilai yang akan dimodelkan. Persiapan yang matang sangat dibutuhkan untuk kelancaran proses penelitian. Sertakan sumber – sumber yang jelas dan berkaitan erat dengan metode yang digunakan mengembangkan penelitian tentang pemodelan matematika dari sari buah nanas.

REFERENSI

- [1] BPS. (2014). Publikasi BPS. Jakarta: BPS..
- [2] Jannah, A. M. (2010). Proses Fermentasi Hidrolisat Jerami Padi Untuk Menghasilkan Bioetanol. 45.
- [3] Lakitan, B. (2004). Dasar - Dasar Fisiologi Tumbuhan. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- [4] Lehninger, A. L., & Thenawijaya, M. (2004). *Dasar - Dasar Biokimia Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- [5] Munir, R. (2013). *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.
- [6] Spyros Makridakis, S. C. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.